Der Kreis, ein Kreis

„Rund ist doch wohl das, dessen äußerste Teile überall vom Mittelpunkt aus gleich weit entfernt sind.“ So fasst es Platon im Dialog *Parmenides* (137e). Eine Linie, die sich aus der Summe aller Punkte ergibt, die zu einem einzelnen, anderen Punkt allesamt den gleichen Abstand haben, trägt, dem bis heute ganz entsprechend, den Namen Kreis. Als dieses Gefüge hat der Kreis in der Zwischenzeit wohl kaum etwas von seiner faszinierenden Form eingebüßt.

(1) Der Kreis in der Vorstellung und der Anschauung
In gewisser Weise bedarf es mehr als eines einzelnen Punktes, nach dem sich eine Linie zum Kreis formen kann. Immer braucht es jenseits der Ebene des Kreises, in der auch dessen Mittelpunkt liegt, noch einen weiteren Punkt, über den der Kreis als Kreis ansichtig werden kann. Dieser Punkt, der Punkt der Betrachtung, differiert notwendigerweise von der Ebene des Kreises und muss sich auf der Linie befinden, die die Kreisebene senkrecht und genau durch den Mittelpunkt trifft – sonst ergeben sich Formen, die die Geometrie Ellipse, Parabel, Hyperbel oder Gerade nennt. Erst von einem Punkt mit diesen beiden Eigenschaften – (I) jenseits der Kreisebene und (II) auf dem Lot durch den Mittelpunkt – kann ein Kreis als Kreis wahrgenommen und exakt beschrieben werden. Das macht spätestens die Vorstellung deutlich, die versucht, einem Kreis aus derselben Ebene, in der er liegt, ansichtig zu werden und ihn von dort aus zu verstehen. In der Ebene des Kreises selbst erscheint dieser als Linie. Befindet sich der Standort der Betrachtung innerhalb des Kreises, bildet jene Linie einen Horizont. Sie begrenzt das Sehfeld bezüglich dessen, was in der Ebene nach allen Richtungen hinter der Kreislinie liegt. Befindet sich der Standort der Betrachtung dagegen außerhalb des Kreises, erscheint der Kreis als Linie zwischen zwei Punkten, die im Abstand des Durchmessers, d.h. des doppelten Radius des Kreises von einander entfernt sind. Je näher man an diese Linie – immer noch in der Kreisebene – herantritt, umso gekrümmter erscheint sie zu ihren Enden hin. Immer streckt sie einem ihren naheliegendsten Punkt wie einen Bauch entgegen. In dieser Form wird der Kreis maximal, d.h. bei der direkten Berührung mit einem seiner Punkte, die Hälfte des Horizontes ausmachen können. Ganz auszuschließen ist es nicht, im Rahmen einer zweidimensionalen Welt die Existenz und besondere Beschaffenheit eines Kreises zu entdecken. Immerhin dürfte auch in der Kreisebene das Gleichmaß der Krümmung und also die Konstanz des Durchmessers für eine rechte und anhaltende Faszination sorgen. Allerdings würde die Beschränkung auf zwei Dimensionen jede Form von Veranschaulichung verbieten und ohne Skizzen aller Art schließlich die Kreiszahl – als das konstante Verhältnis von Kreisumfang zu -durchmesser (π) zu erschließen, ist schwer vorstellbar. Insofern können geschlossene, ebene Figuren wie der Kreis so flach sein wie sie wollen, sie verraten bereits in ihrem Begriff das Vorhandensein einer dritten Dimension, aus der heraus erst jene Begriffe möglich werden. Das verführt zu der Frage, ob gleichsam in drei Dimensionen Formen bzw. Körper existieren, deren Form strukturell erst aus einer weiteren Dimension ersichtlich werden kann.

(2) Der Kreis in der Vorstellung
Die scheinbar so klare und eindeutige Verwiesenheit des Kreises auf einen einzigen Punkt, den Mittelpunkt, verdankt sich einem weiteren, einem zweiten Punkt, der auf einer anderen Ebene liegt. Die Ansätze, die Form des Kreises auf analytischem Wege zu erschließen, kommen auf ihre Weise um den Einbezug von zweipoligen Figuren nicht herum. Die diesbezüglich bis heute

gebräuchlichste Ordnungsmethode geht auf Descartes (1596–1650) zurück und besteht darin, jedem Punkt einer Ebene genau zwei Zahlenwerte (x, y) zuzuordnen, die auf eine horizontale (x) und eine vertikale (y) Achse verweisen. Die Achsen sind über einen Nullpunkt festgelegt, in dem sie sich schneiden und senkrecht zueinander ihre gemeinsame Ebene potentiell nach allen Richtungen bis ins Unendliche durchgliedern. Über seine beiden Koordinaten x und y ist jeder Punkt der zugehörigen Ebene eindeutig lokalisiert und also wiederauffindbar. Ganz gleich nun, wie der Kreis zur Lage eines solchen Koordinatensystems platziert ist, ob sein Mittelpunkt mit dem Ursprung des Systems zusammenfällt oder nicht, ordnet der Kreis jedem Koordinatenwert x_1 bzw. y_1 nun wiederum jeweils zwei Werte $y_{1/2}$ bzw. $x_{1/2}$ zu. Das kann an den horizontal und vertikal äußersten Punkten des Kreises leicht anschaulich werden: Für einen einzelnen horizontalen Wert x_{h_1} erhält man vom Kreis zwei Vertikalwerte $y_{v_{1/2}}$, was dem Fuß- und dem Scheitelpunkt des Kreises entspricht. Auf einen bestimmten Wert der einen Achse fallen immer zwei Werte auf der anderen Achse. Überall zwischen Fuß und Scheitel wie zwischen Bauch und Rücken beharrt der Kreis auf dieser Dopplung.

(2a) Der Kreis als Funktion
Das heißt jedoch nicht, dass sich die Figur des Kreises nicht in abstrakter und entsprechend verallgemeinerter Form analytisch darstellen lässt. Allein, es werden eben zwei Gleichungen notwendig (wie in der sog. Parameterdarstellung) oder eine der beiden Koordinaten x, y steht als Quadrat unter einer Wurzel, was immer auf zwei Werte, einen positiven und einen negativen führt (Funktionsgleichung) oder alle Parameter liegen als Quadrate vor (Koordinatengleichung):

$$\begin{aligned}
r^2 &= (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 && \text{Koordinatengleichung} \\
y &= y_M \pm \sqrt{r^2 - (x - x_M)^2} && \text{Funktionsgleichung} \\
x &= x_M + r \cos\phi && \text{Parameterdarstellung} \\
y &= y_M + r \sin\phi &&
\end{aligned}$$

Diese Formeln erheben nun je den Anspruch, alle Kreise zu beschreiben. Anstelle der Variablen x_M und y_M (für M wie Mittelpunkt), sowie r (für Radius) und ϕ (als Winkel für Werte zwischen 0 und 2π) lassen sich alle möglichen Zahlen einsetzen und kombinieren und werden in entsprechenden x und y resultieren, die als Linie im zugehörigen Koordinatensystem ausgeführt einen Kreis ergeben werden.

(3) Der Kreis als Linie
Diese Fassungen des Phänomens Kreis – ob in sprachlich-verbaler oder analytisch-geometrischer Form – bauen mehr oder weniger explizit auf den Begriff der geschlossenen Linie. So liegt der Ausgangspunkt der mathematischen Kreis-Gleichungen in der Definition der geraden Linie als kürzestem Abstand zwischen den Punkten X und M mit den Koordinaten (x, y) und (x_M, y_M):

$$r = \overline{XM} = \sqrt{(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2}$$

Soweit reklamiert der Kreis ganz zu Recht den bestimmten und bestimmenden Artikel für sich: *Der* Kreis ist nicht irgendein Kreis. Diese Feststellung lässt sich jedoch auch in umgekehrter Reihenfolge lesen: *Ein* Kreis ist nicht *der* Kreis. Zwar hört sich letzterer Satz damit nicht mehr ganz so rund an, aber vielleicht verweist das gerade auf etwas, was er eigens zu sagen hat. *Ein* Kreis fiele demnach nicht zwingend mit *dem* Kreis in eins.

(4) Ein Kreis in der Vorstellung
Der unbestimmte Artikel eröffnet der Vorstellung wie der Anschauung neue Freiheiten. Die Vorstellung kann sich dazu angeregt sehen, nochmals detaillierter nach der genauen Form des Kreises zu fragen: Wie folgen etwa die Punkte der Kreislinie spezifisch aufeinander? Ist der Rand der Linie vollkommen glatt? Dafür müssten die Punkte, die die Linie bilden, ihrerseits exakt kreisrund sein. Wie stünde es dann mit deren Rand? Die Frage der spezifischen Bestimmtheit des Kreises führt die Vorstellung auf einen Weg, der sich fortwährend nach einer immer gleichen Regel verlängert. Nicht nur als Ganzer, auch an jedem seiner einzelnen Punkte unterhält ein Kreis offenbar ein Verhältnis zum Unendlichen.

(5) Ein Kreis in der Anschauung
Die Anschauung leitet unter dem Vorzeichen des unbestimmten Artikels zu einer Praxis des Kreises. Eine Linie macht sich auf, im Bemühen um gleichbleibende, möglichst gleichmäßige Kurvatur und in der Hoffnung, am Ende wieder am Anfang des Zuges anzugelangen. Das kann auch daneben gehen und heißt dann etwa Spirale, Ellipse oder - mehr oder weniger liebevoll - Ei. Ein Kreis – nicht nur gedacht, sondern auch gezogen – stellt ein Experiment dar. Angetreten von einer Geste, einer Hand, einem Paar Augen. Auf ihre Art birgt die Praxis des Kreises eine Offenheit für die Eigenheiten jedes Punktes und seiner Beziehungen zu allen bisherigen und noch kommenden. Unabhängig davon, wie weit die resultierende Form mit dem übereinkommt, was die Vorstellung des Kreises als Idealform veranschlagt:

Der Kreis ist ein Kreis, der noch nicht zu Ende ist.